Série-Rév-16 - Corrigé

Le spectromètre de masse

Question 1a — Force électrique et champ électrique

Le fragment ionisé F_1^+ est accéléré de A (cible) vers B (grille), donc il se déplace de gauche à droite.

La force électrique qui s'exerce sur F_1^+ est :

$$\vec{F} = q \times \vec{E}$$

Puisque F_1^+ est une charge **positive** et qu'elle est **accélérée de A vers B**, la force $\vec{F}$ est dirigée **de A vers B (vers la droite)**.

Comme $\vec{F} = q\vec{E}$ avec $q > 0$, le champ électrique $\vec{E}$ est également dirigé **de A vers B**, c'est-à-dire **de la cible vers la grille (de gauche à droite)**.

→ La cible est au potentiel le plus élevé et le champ électrique va du potentiel haut vers le potentiel bas, ici de A vers B.

Question 1b — Vitesse v_B par le théorème de l'énergie cinétique

Données :

- Vitesse initiale en A : $v_a \approx 0$ (vitesse négligeable)
- Distance A→B : D = 40 mm
- Tension appliquée : U
- Charge : q = e

Application du théorème de l'énergie cinétique (TEC) entre A et B :

$$\Delta E_j = W_{A\to B}(\vec{F})$$

$$½mv_B^2 - ½mv_a^2 = q \times U_{aB}$$

Avec $v_a = 0$ et $U_{aB} = U$:

$$½mv_B^2 = e \times U$$

$$v_B^2 = 2eU / m$$

$$\boxed{v_B = \sqrt{(2eU / m)}}$$

Question 1c — Calcul numérique de v_B

Données numériques :

- U = 20 kV = 20×10^3 V
- m = $7{,}1 \times 10^{-26}$ kg
- e = $1{,}6 \times 10^{-19}$ C

Application numérique :

$$v_B = \sqrt{(\,(2 \times 1{,}6 \times 10^{-19} \times 20 \times 10^3) / (7{,}1 \times 10^{-26})\,)}$$

$$v_B = \sqrt{(6{,}4 \times 10^{-15} / 7{,}1 \times 10^{-26})}$$

$$v_B = \sqrt{(9{,}01 \times 10^{10})}$$

$$\boxed{v_B \approx 3{,}0 \times 10^5 \text{ m/s}}$$

Question 2 — Mouvement entre la grille B et le détecteur C

Entre B et C, il n'y a **aucun champ électrique** et le **poids est négligé**.

→ La résultante des forces est nulle : $\Sigma\vec{F} = \vec{0}$

D'après la **première loi de Newton**, le mouvement est **rectiligne uniforme**.

Expression de la durée Δt_{BC} :

La distance BC = L = 1 300 mm = 1,3 m, parcourue à vitesse constante v_B :

$$\Delta t_{BC} = L / v_B$$

$$\boxed{\Delta t_{BC} = L / v_B = L \times \sqrt{(m / 2eU)}}$$

Question 3a — Deuxième loi de Newton entre la cible et la grille (A→B)

Entre A et B, la seule force est $\vec{F} = e\vec{E}$, avec E = U/D (champ uniforme).

2eme loi de Newton :

$$m\vec{a} = e\vec{E}$$

$$a = eE/m = eU/(mD)$$

→ Le mouvement est **rectiligne uniformément accéléré** de A vers B.

Question 3b — Démonstration de l'expression du temps de vol τ

Le temps de vol τ est la durée totale = temps en AB + temps en BC.

Temps en AB (mouvement uniformément accéléré, $v_a = 0$) :

On utilise la relation : $D = v_B \times t_{aB} / 2$ (car $v_a = 0$)

$$t_{aB} = 2D / v_B = 2D \times \sqrt{(m / 2eU)} = D\sqrt{(2m / eU)}$$

Temps en BC :

$$t_{BC} = L / v_B = L \times \sqrt{(m / 2eU)}$$

Temps de vol total :

$$\tau = t_{aB} + t_{BC} = D\sqrt{(2m / eU)} + L\sqrt{(m / 2eU)}$$

$$\boxed{\tau = D \times \sqrt{(2m / e \times U)} + L \times \sqrt{(m / 2e \times U)}\ ✓}$$

✓ **C'est bien l'expression demandée.**

Question 3c — Identification des différents fragments

Les différents fragments issus de la molécule ont des **masses m différentes**.

D'après l'expression de τ :

$$\tau = D\sqrt{(2m/eU)} + L\sqrt{(m/2eU)} \propto \sqrt{m}$$

→ Le temps de vol τ dépend de la **masse** du fragment : plus un fragment est lourd, plus son temps de vol est long.

En mesurant le temps mis par chaque fragment pour atteindre le détecteur, on peut **identifier chaque fragment par sa masse**, ce qui permet de reconstituer la structure de la molécule d'origine.

Cuiseur solaire

1. a. Le système au repos macroscopique étudié est l'eau et son récipient. Grâce au couvercle, il n'y a pas d'échange de matière avec le reste de l'Univers, qui est le milieu extérieur.

Le système est dans l'état initial à 20 °C, dans l'état final à 95 °C.

Les transferts d'énergie entre le système et le milieu extérieur sont des transferts thermiques.

Le transfert thermique Q_1, entre le cuiseur solaire et le système, et le transfert thermique Q_2, entre le Soleil et le système, permettent au système d'augmenter son énergie interne : ils sont comptés positivement.

Le transfert thermique Q_3, entre l'air environnant et le système, diminue l'énergie interne du système : il est compté négativement.

b. Par définition, $\Delta U_{i \to f} = W + Q$, donc $\Delta U_{i \to f} = Q_1$ car $W = 0$ J.

Q_1 est positif, donc l'énergie interne du système augmente.

2. La variation ΔU d'énergie interne est donnée par la relation :

$$\Delta U_{i \to f} = (m_{\text{eau}} \times c + m_{\text{récipient}} \times c_r)\,(\theta_f - \theta_i)$$

Les données nécessaires aux calculs sont : $m_{\text{récipient}} = 500$ g ; $c_r = 445\ \text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot °\text{C}^{-1}$; $m_{\text{eau}} = 0{,}250$ kg ; $c = 4{,}18\ \text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot °\text{C}^{-1}$; $\theta_i = 20$ °C et $\theta_f = 95$ °C.

$$\Delta U = (0{,}250\ \text{kg} \times 4{,}18 \times 10^3\ \text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot °\text{C}^{-1} + 0{,}500\ \text{kg} \times 445\ \text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot °\text{C}^{-1}) \times (95\ °\text{C} - 20\ °\text{C}).$$

$\Delta U = 9{,}5 \times 10^4$ J

La variation ΔU d'énergie interne du système {eau et son récipient} est $9{,}5 \times 10^4$ J.

Performances sportives et sciences

Partie I

1. À la fin de la phase d'élan, le mouvement du boulet est circulaire et uniforme. La trajectoire du boulet est un cercle de rayon R parcouru à la vitesse v_0 constante. Dans le repère de Frenet, l'accélération du boulet, modélisé par un point matériel M, s'écrit :

$$\vec{a} = \frac{v_0^2}{R}\vec{u}_n + \frac{dv_0}{dt}\vec{u}_t.$$

Comme la vitesse v_0 est constante : $\frac{dv_0}{dt} = 0$.

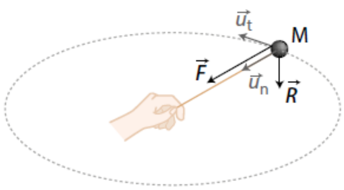
L'accélération est donc $\vec{a} = \frac{v_0^2}{R}\vec{u}_n$, orientée vers le centre du cercle.

Sa valeur est $a = \frac{v_0^2}{R}$ soit :

$$a = \frac{\left(26\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}\right)^2}{2{,}2\ \mathrm{m}} = 307\ \mathrm{m\cdot s^{-2}} \approx 3{,}1 \times 10^2\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}.$$

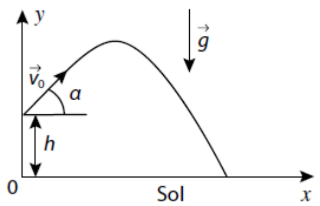
2. La deuxième loi de Newton, appliquée au boulet de masse m constante dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen, s'écrit : $\sum\vec{F} = \vec{P} + \vec{F} = m\vec{a}$ avec $\vec{P}$ le poids du boulet et $\vec{F}$ la force exercée par le câble sur le boulet.

Le vecteur somme des forces $\sum\vec{F}$ a même direction et même sens que le vecteur accélération :
$\Sigma F = 4{,}0\ \mathrm{kg} \times 307\ \mathrm{m\cdot s^{-2}} = 1\,128\ \mathrm{N} \approx 1{,}1 \times 10^3\ \mathrm{N}$.
Le poids du boulet a pour valeur $P = m \times g$
soit $P = 4{,}0\ \mathrm{kg} \times 9{,}8\ \mathrm{m\cdot s^{-2}} = 39\ \mathrm{N}$.
La valeur du poids du boulet est donc négligeable devant celle de ΣF et donc devant la valeur de F.



3. On étudie le système {boulet}, de masse m constante, dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Les actions dues à l'air étant négligées, le boulet n'est soumis qu'à son poids, $\vec{P} = m\vec{g}$.
La deuxième loi de Newton appliquée au boulet donne :
$\sum\vec{F} = m\vec{a}$ soit $\vec{P} = m\vec{a}$ donc $m\vec{g} = m\vec{a}$ d'où : $\vec{a} = \vec{g}$.

En projection dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, il vient : $\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$.



On a : $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ soit $\vec{a}\begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = -g \end{cases}$

donc $\vec{v}\begin{cases} v_x = C_1 \\ v_y = -g \times t + C_2 \end{cases}$

où C_1 et C_2 sont des constantes d'intégration qui dépendent des conditions initiales.

Or $\vec{v}(t=0) = \vec{v_0}$ avec $\vec{v_0}\begin{cases} v_{0x} = v_0 \times \cos\alpha \\ v_{0y} = v_0 \times \sin\alpha \end{cases}$,

donc $\begin{cases} C_1 = v_0 \times \cos\alpha \\ 0 + C_2 = v_0 \times \sin\alpha \end{cases}$

d'où $\vec{v}\begin{cases} v_x = v_0 \times \cos\alpha \\ v_y = -g \times t + v_0 \times \sin\alpha \end{cases}$

Et : $\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$ soit $\vec{v}\begin{cases} \frac{dx}{dt} = v_0 \times \cos\alpha \\ \frac{dy}{dt} = -g \times t + v_0 \times \sin\alpha \end{cases}$

donc $\overrightarrow{OM}\begin{cases} x(t) = (v_0 \times \cos\alpha) \times t + C'_1 \\ y(t) = -\frac{1}{2}g \times t^2 + (v_0 \times \sin\alpha) \times t + C'_2 \end{cases}$

où C'_1 et C'_2 sont des constantes d'intégration qui dépendent des conditions initiales.

Or $\overrightarrow{OM}(t=0)\begin{cases} x = 0 \\ y = h \end{cases}$, donc $\begin{cases} 0 + C'_1 = 0 \\ 0 + 0 + C'_2 = h \end{cases}$

Finalement : $\overrightarrow{OM}\begin{cases} x(t) = (v_0 \times \cos\alpha) \times t \\ y(t) = -\frac{1}{2}g \times t^2 + (v_0 \times \sin\alpha) \times t + h \end{cases}$.

On isole le temps t de l'équation sur x : $t = \frac{x}{v_0 \times \cos\alpha}$ et on reporte dans l'équation $y(t)$:

$$y(x) = -\frac{1}{2}g \times \left(\frac{x}{v_0 \times \cos\alpha}\right)^2 + (v_0 \times \sin\alpha) \times \frac{x}{v_0 \times \cos\alpha} + h$$

soit $y = \frac{-g \times x^2}{2v_0^2 \times \cos^2(\alpha)} + \tan(\alpha) \times x + h$.

4. Il faut déterminer l'abscisse du boulet lorsqu'il touche le sol, soit résoudre : $y = \frac{-g \times x^2}{2v_0^2 \times \cos^2(\alpha)} + \tan(\alpha) \times x + h = 0$ avec $\alpha = 45°$,
$v_0 = 26\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$, $h = 3{,}0\ \mathrm{m}$, $g = 9{,}8\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.
Donc résoudre :

$$\frac{-9{,}8x^2}{2 \times 26^2 \times \cos^2(45)} + \tan(45) \times x + 3{,}0$$
$$= -1{,}449\,704\,142 \times 10^{-2}\,x^2 + x + 3{,}0 = 0.$$

Polynôme du second degré du type $ax^2 + bx + c = 0$:
$\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - (4 \times (-1{,}449\,704\,142 \times 10^{-2}) \times 3{,}0)$
$\Delta = 1{,}17396$ (valeur non arrondie stockée en mémoire)

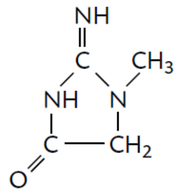
$$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{1{,}17}}{2 \times (-1{,}4497 \times 10^{-2})} = -2{,}9\ \mathrm{m}$$

et $x_2 = \frac{-1 - \sqrt{1{,}17}}{2 \times (-1{,}4497 \times 10^{-2})} = 71{,}86\ \mathrm{m}$.

On ne retient que la solution positive, et avec deux chiffres significatifs $x_2 = 72\ \mathrm{m}$.
Comme $x_2 < 82{,}98\ \mathrm{m}$, le record du monde féminin n'est pas battu lors de ce lancer.

Partie II

5. La formule semi-développée de la créatinine est :



Sa formule brute est donc : $C_4H_7N_3O$.
Sa masse molaire moléculaire est :
$M(C_4H_7N_3O) = 4M(C) + 7M(H) + 3M(N) + M(O)$
$M(C_4H_7N_3O) = 113{,}0\ g \cdot mol^{-1}$.

6. Créatine : groupe carboxyle associé à la famille fonctionnelle acide carboxylique.
Créatinine : groupe amide associé à la famille fonctionnelle amide.

7. Le tube 1 sert à faire le « blanc », donc son absorbance est : $A = 0$.
Le tube 2 contient de la créatinine à une concentration C_2 inconnue et a une absorbance $A_2 = 0{,}71$.
Le tube 3 contient de la créatinine à la concentration $C_3 = 100\ \mu mol \cdot L^{-1}$ pour une absorbance de $A_3 = 0{,}62$.

Comme l'énoncé indique que « L'intensité de la couleur obtenue est directement proportionnelle à la concentration de créatinine de l'échantillon. », $A = k \times C$

donc $k = \dfrac{A}{C} = \dfrac{A_2}{C_2} = \dfrac{A_3}{C_3}$ soit :

$$C_2 = \frac{A_2 \times C_3}{A_3}$$

$$C_2 = \frac{0{,}71 \times 100}{0{,}62} = 1{,}1 \times 10^2\ \mu mol \cdot L^{-1}$$

$C_2 = 1{,}1 \times 10^{-4}\ mol \cdot L^{-1}$ (valeur stockée en mémoire).
La concentration en masse t_2 est liée à la concentration C_2 par la relation $t_2 = C_2 \times M(\text{créatinine})$.
$t_2 = C_2 \times M(C_4H_7N_3O)$
$t_2 = 1{,}1 \times 10^{-4} \times 113 = 1{,}3 \times 10^{-2}\ g \cdot L^{-1}$ si on conserve trois chiffres significatifs $t_2 = 12{,}9\ mg \cdot L^{-1}$. Cette valeur est légèrement supérieure à celle attendue pour le sérum sanguin chez la femme car elle est supérieure à $12\ mg \cdot L^{-1}$.

8. La valeur du taux de créatinine dans le sang dépend de la masse musculaire de l'individu.
Comme il s'agit d'une athlète de forte masse musculaire, ce taux est plus élevé que celui d'une femme moins sportive.

25 Expérience avec un laser

Validation du résultat
L'expression obtenue pour b est homogène à une longueur. La distance entre deux fentes ou deux trous d'Young est inférieure au diamètre du faisceau laser. Il ne faut pas la confondre avec le diamètre de ces fentes ou de ces trous.

a On observe des franges brillantes et sombres équidistantes : c'est un phénomène d'interférences, créé par un dispositif de fentes ou de trous d'Young.

b Les interférences sont la superposition de deux ondes synchrones : les franges brillantes résultent d'interférences constructives (maximum d'amplitude) ; les franges sombres, d'interférences destructives (minimum d'amplitude).

c On l'appelle l'interfrange. On observe 5 franges sur une largeur totale de 3,2 cm donc $i = \frac{3{,}2}{5} = 0{,}64$ cm.

d On calcule la distance b entre les deux fentes :
$i = \frac{\lambda D}{b}$ donc $b = \frac{\lambda D}{i} = \frac{632{,}8 \times 10^{-9} \times 2{,}50}{0{,}64 \times 10^{-2}} = 2{,}5 \times 10^{-4}$ m.

Astuce
La mesure de l'interfrange est beaucoup plus précise si on mesure la largeur totale de plusieurs interfranges et qu'on divise par leur nombre.

27 Observation d'interférences avec un laser

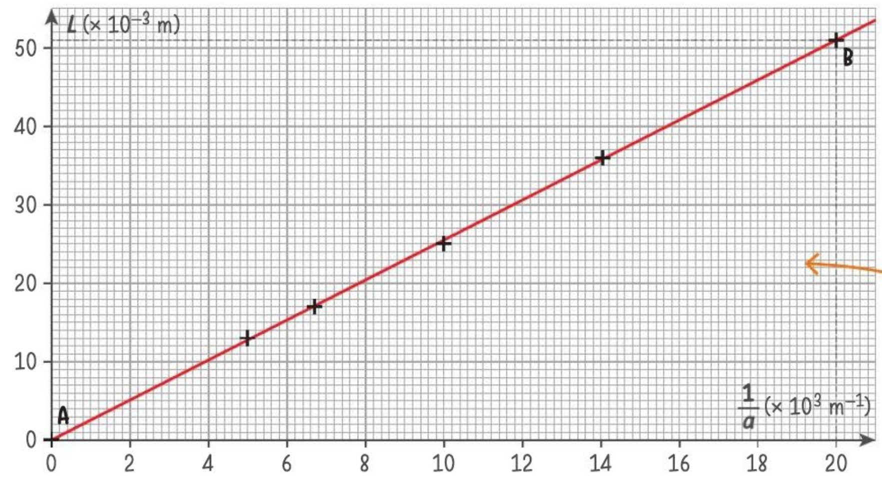
Partie 1. Détermination de la longueur d'onde

a Dans le triangle rectangle de la figure, on a $\tan\theta = \frac{L}{2D}$ donc $\theta = \frac{L}{2D}$.

b En identifiant l'expression donnée de l'angle caractéristique de diffraction $\theta = \frac{\lambda}{a}$ et le résultat de la question **a**, on a $\frac{\lambda}{a} = \frac{L}{2D}$ donc $L = \frac{2\lambda D}{a}$.

c On calcule les valeurs de $\frac{1}{a}$, puis on trace le graphique.

L ($\times 10^{-3}$ m)	51	36	25	17	13
$\frac{1}{a}$ (en m^{-1})	$2{,}00 \times 10^4$	$1{,}43 \times 10^4$	$1{,}00 \times 10^4$	$6{,}67 \times 10^3$	$5{,}00 \times 10^3$



Aide n° 1
Dans un triangle rectangle, la tangente d'un angle est égale au quotient du côté opposé par le côté adjacent.

Aide n° 2
L'angle θ exprimé à la question **a** peut être identifié à l'angle caractéristique de diffraction donné dans l'énoncé.

Aide n° 3
L'alignement de points avec l'origine prouve une relation de proportionnalité entre la grandeur en abscisses et celle en ordonnées.

d Les points sont alignés, il y a donc proportionnalité entre L et $\frac{1}{a}$.
On pose $L = k \times \frac{1}{a}$ avec $k = 2\lambda_D$. On identifie deux points sur la droite :
A(0 m^{-1} ; 0 m) et B(20×10^3 m^{-1} ; 51×10^{-3} m)
On en déduit le coefficient directeur de la droite :

$A(0\ m^{-1}\ ;\ 0\ m)$ et $B(20 \times 10^3\ m^{-1}\ ;\ 51 \times 10^{-3}\ m)$

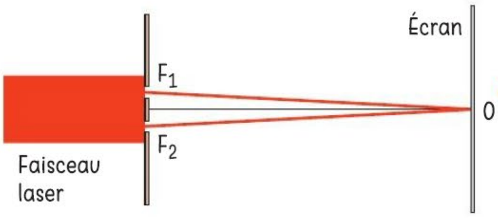
On en déduit le coefficient directeur de la droite :

$$k = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{51 \times 10^{-3}}{20 \times 10^3} = 2{,}5 \times 10^{-6}\ m^2$$

On en déduit : $\lambda = \frac{k}{2D} = \frac{2{,}5 \times 10^{-6}}{2 \times 2{,}00} = 6{,}3 \times 10^{-7}\ m = 6{,}3 \times 10^2\ nm$

Partie 2. Étude des interférences constructives et destructives

a Voici ci-contre une vue de dessus du dispositif des fentes d'Young. Le point O est à égale distance des deux fentes F_1 et F_2. La différence de chemin optique en O vaut donc $\delta = F_2O - F_1O = 0$. Le décalage temporel entre les ondes issues des deux fentes est donc nul. Les deux ondes sont en phase en O. On observe donc un maximum de lumière, O est au centre d'une frange brillante.



Aide n° 1

Un schéma peut être utile pour comparer les deux chemins F_1O et F_2O.

b Les maxima de lumière sur l'écran correspondent à des interférences constructives, où la différence de marche a pour expression $\delta = k\lambda$, k étant un entier relatif. Or $\delta = \frac{bx}{D}$ donc $\frac{bx}{D} = k\lambda$ et les abscisses cherchées s'écrivent $x = \frac{k\lambda D}{b}$. Le point O a pour abscisse $x = 0$ qui correspond à l'entier $k = 0$.

Aide n° 2

Revoir les conditions d'obtention des interférences constructives et destructives.

c Les minima de lumière sur l'écran correspondent à des interférences destructives, soit $\delta = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda$ où k est un entier relatif. Or $\delta = \frac{bx}{D}$ donc $\frac{bx}{D} = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda$ donc les abscisses cherchées sont $x = \left(k + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda D}{b}$.

Aide n° 3

L'interfrange est une distance caractéristique des franges d'interférences.

d L'interfrange est la distance entre deux franges brillantes consécutives :

$$i = \frac{(k+1)\lambda D}{b} - \frac{k\lambda D}{b} = \frac{\lambda D}{b} = 6{,}33\ mm$$

Aide n° 4

En comparant les expressions des abscisses des maxima et des minima de lumière, on pourra montrer que pour une abscisse x fixée, l'état lumineux dépend de la valeur du quotient $\frac{x}{i}$.

e Pour savoir si les abscisses correspondent à des maxima de lumière, à des minima, ou à aucun des deux, il suffit de déterminer si le quotient $\frac{x}{i}$ est un entier k, un « demi-entier » $k + \frac{1}{2}$, ou aucun des deux.

- Pour $x = 25{,}3$ mm, $\frac{x}{i} = 4{,}00$ est un entier, c'est un maximum de lumière.
- Pour $x = -34{,}8$ mm, $\frac{x}{i} = -5{,}50 = -6 + \frac{1}{2}$.

C'est un « demi-entier », on a donc une absence de lumière.

- Pour $x = 7{,}0$ mm, $\frac{x}{i} = 1{,}25$: ce n'est ni un entier ni un demi-entier.

On observe donc une intensité lumineuse intermédiaire.

68 Étude d'un écran de smartphone

1.1. La lumière visible a une longueur d'onde comprise entre 400 et 800 nm soit un ordre de grandeur de 10^{-6} m. Le miroir, pour avoir un pouvoir diffractant, doit avoir une dimension comparable à la longueur d'onde, soit 10^{-6} m.

1.2. $\theta = \frac{\lambda}{a}$ avec θ en radians, λ et a en mètres.

1.3. L'écart angulaire est proportionnel à la longueur d'onde. La largeur de la tache centrale est proportionnelle à l'écart angulaire. Sur l'image, pour le vert, L = 1,5 cm et pour le rouge, L = 1,8 cm

d'où $\lambda_{vert} = \frac{1{,}5 \times 632{,}8}{1{,}8} = 5{,}3 \times 10^{2}$ nm.

2.1. Sur l'écran $6i$ = 9 cm d'où $i = \frac{9}{6}$ = 1,5 cm.

2.2. $b = \frac{\lambda D}{i} = \frac{632{,}8 \times 10^{-9} \times 1{,}74}{1{,}5 \times 10^{-2}} = 7{,}34 \times 10^{-5}$ m

b = 73,4 µm ce qui est proche de 75 µm.

2.3. $N = \frac{6 \times 10^{-2} \times 11 \times 10^{-2}}{(75 \times 10^{-6})^2}$ = 1,2 millions